Corrigé

1. $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} x = +\infty$ donc, par somme, $\lim\limits_{x \to +\infty} (x^2 + x) = +\infty$ et donc, par quotient, $\lim\limits_{x \to +\infty} -\frac{3}{x^2+x} = 0$. D'où, en conclusion, par somme, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 5$.

2. $\lim\limits_{\substack{x \to 4 \\ x>4}} (x-4) = 0^+$ donc, par quotient, $\lim\limits_{\substack{x \to 4 \\ x>4}} \frac{1}{x-4} = +\infty$. D'autre part, $\lim\limits_{\substack{x \to 4 \\ x<4}} (x-4) = 0^-$ donc, par quotient, $\lim\limits_{\substack{x \to 4 \\ x<4}} \frac{1}{x-4} = -\infty$. De plus, $\lim\limits_{x \to 4} \sqrt{x} = \sqrt{4} = 2$. D'où, par somme, $\lim\limits_{\substack{x \to 4 \\ x>4}} g(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{\substack{x \to 4 \\ x<4}} g(x) = -\infty$.

3. $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0$ donc, par somme, $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right) = 1$. De plus, $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$ donc, par somme, $\lim\limits_{x \to +\infty} (\sqrt{x} - 1) = +\infty$. On a donc au final, par quotient, $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x) = 0^+$.

4. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} \frac{1}{x} = +\infty$ donc, par somme, $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} k(x) = +\infty$. D'autre part, $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x<0}} \frac{1}{x} = -\infty$ donc, par somme, $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x<0}} f(x) = -\infty$.